المجال : بنـــــاء

الوحدة الاولى : عموميات حول الطبوغرافيا

تمارين حول حساب المساحات

التمرين الاول :

يعطى الشكل الميكانيكي لجملة مثلثية في الشكل

لحساب مساحة قطعة الأرض معرفة برؤوس المثلث ABC ، وضع طبوغرافي جهاز المزولة في المحطة (O) و رصد النقاط A ، B و C

فتحصل على النتائج المدونة في الجدول التالي :

G_{OA}=70gr	L_{OA}=26.50m
G_{OA}=105gr	L_{OA}=37.00m
G_{OA}=160gr	L_{OA}=15.20m

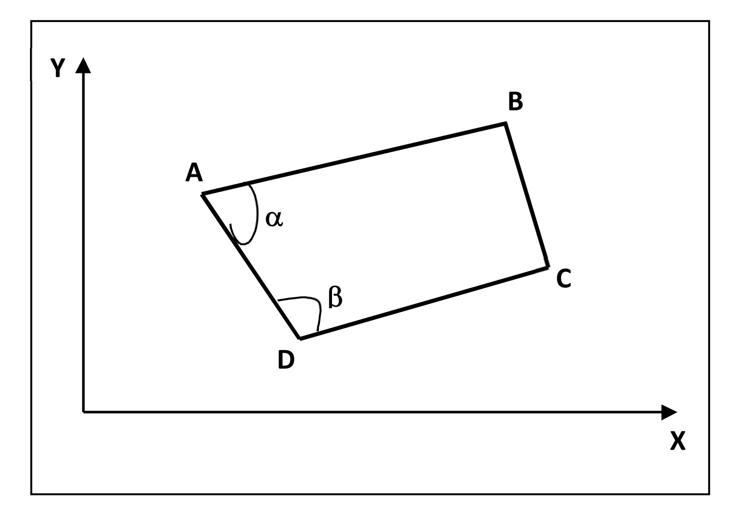
المطلوب :

1- حساب مساحة قطعة الأرض (ABC).

2- إذا كانت إحداثيات النقطة A هي : A(120.00 ; 60.00) ، إستنتج السمت الإحداثي GAO ، ثم إحسب إحداثيات النقطة (O).

التمرين الثاني :

قامت فرقة طبوغرافية بمسح أرضية على شكل رباعي (A,B,C,D) فتحصلت على الجدول التالي :



النقاط	X(m)	Y(m)
A	80.00	150.00
B	270.00	200.00
C	?	?
D	140.00	50.00

المطلوب :

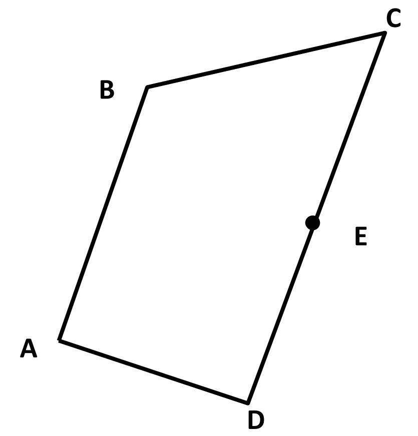
1- أحسب السموت G_{AD} ، G_{DC} – تعطى زاوية الركن $\beta=115.55gr$

2- عين إحداثيات النقطة C (Xc ; Yc) حيث $L_{DC}=167.159m$، ثم احسب مساحة المضلع ABCD.

التمرين الثالث :

لتكن قطعة ارض معرفة بالإحداثيات القائمة لرؤوسها كما يلي :

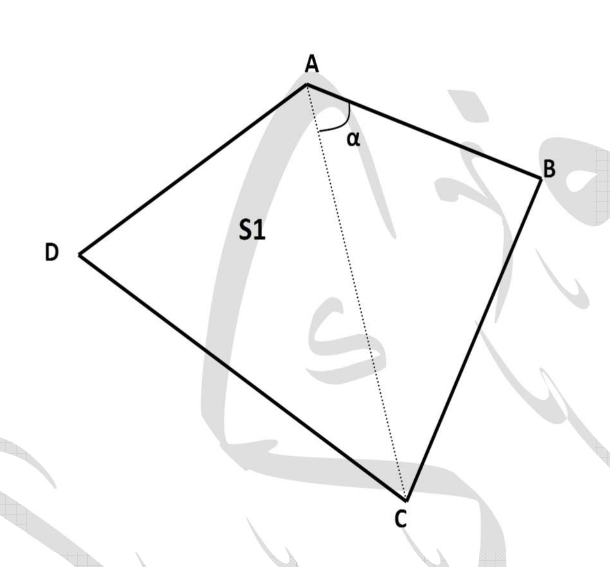
	A	B	C	D
X(m)	50	80	200	150
Y(m)	50	250	300	30



1- أحسب مساحة قطعة الأرض المعرفة بالرؤوس A-B-C-D.

2- لتكن النقطة **E** من القطعة المستقيمة [CD] – أحسب إحداثيات النقطة **E** حيث **L_{CE}=150m**.

التمرين الرابع :



لتكن لدينا قطعة الأرض المعرفة برؤوسها ABCD :

A(150 ; 600) B(220 ; 580)

D(60 ;550) α=63.728 gr

المطلوب :

1- أحسب السمت الإحداثي G_{AB} و الطول L_{AB}.

2- أحسب إحداثيات النقطة C – يعطى $L_{AC} = 104.403m$

3- أحسب مساحة القطعة الأرضية S_{ABC} بإستعمال الإحداثيات القطبية ، إستنتج مساحة القطعة الأرضية S_{ABCD} حيث $S_1=5250\ m^2$

4- تحقق من المساحة S_{ABCD} بإستعمال الإحداثيات القائمة.

حلول التمارين

1- حل التمرين الاول :

حساب مساحة قطعة الأرض (ABC):

$$S = \frac{1}{2}\sum [l_n \cdot l_{n+1} \cdot Sin(G_{n+1} - G_n)]$$

$$S = \frac{1}{2}[l_{OA} \cdot l_{OB} \cdot \sin(G_{OB} - G_{OA}) + l_{OB} \cdot l_{OC} \cdot \sin(G_{OC} - G_{OB}) + l_{OC} \cdot l_{OA} \cdot \sin(G_{OA} - G_{OC})]$$

$$S = \frac{1}{2}[26.5 \times 37 \cdot \sin(105 - 70) + 37 \times 15.20 \cdot \sin(160 - 105) + 15.20 \times 26.5 \cdot \sin(70 - 160)]$$

$$S = \frac{1}{2}[512.31 + 427.65 - 397.84]$$

$$S = \frac{1}{2}[542.12]$$　　**S= 271.06 m²**

2- إستنتاج السمت الإحداثي GAO:

GAO = GOA+200= 70+200 = 270gr

3- حساب إحداثيات النقطة O

$$X_O = X_A + L_{AO}Sin(G_{AO}) = 120 + 26.50Sin270 = 96.39m$$

$$Y_O = Y_A + L_{AO}Cos(G_{AO}) = 60 + 26.50Cos270 = 47.97m$$

حل التمرين الثاني :

1- حساب السمت GAD وGDC :

- السمت GAD:

.ΔXAC = 140 – 80 = 60m>0

الربع الثاني $\Rightarrow G_{AC} = 200 - g$

. ΔYAC = 50 – 150 = -100m<0

$$tg(g) = \left|\frac{\Delta X_{AD}}{\Delta Y_{AD}}\right| = \left|\frac{60}{100}\right| = .6 \Rightarrow g = 34.40gr \Rightarrow \boxed{G_{AD} = 165.60gr}$$

- السمت GDC:

$G_{DC} = G_{AD} + \beta - 200 = 165.60 + 115.55 - 200 = 81.15gr.$

2- تعيين إحداثيات النقطة :

$$X_C = X_D + L_{DC} \cdot \sin G_{DC} = 140 + 167.159 \times \sin 81.15 = 299.88m \simeq 300m$$

$$Y_C = Y_D + L_{DC} \cdot \cos G_{DC} = 50 + 167.159 \times \cos 81.15 = 98.77m \simeq 100m$$

حساب مساحة المضلع ABCD:

$$S = \frac{1}{2}\sum[X_n(Y_{n-1} - Y_{n+1})]$$

$$S = \frac{1}{2}[X_A(Y_D - Y_B) + X_B(Y_A - Y_C) + X_C(Y_B - Y_D) + X_D(Y_C - Y_A)]$$

$$S = \frac{1}{2}[80(50-200) + 270(150-98.77) + 299.88(200-50) + 140(98.77-150)]$$

$$S = \frac{1}{2}[-12000 + 13832.1 + 44982 - 7172.2]$$

$$S = \frac{1}{2}(39641.9)$$

$S = 39\ 641.9m^2$

حل التمرين الثالث :

1- حساب مساحة المضلع ABCD:

$$S = \frac{1}{2}\sum[X_n(Y_{n-1} - Y_{n+1})]$$

$$S = \frac{1}{2}[X_A(Y_D - Y_B) + X_B(Y_A - Y_C) + X_C(Y_B - Y_D) + X_D(Y_C - Y_A)]$$

$$S = \frac{1}{2}[50(30-250) + 80(50-300) + 200(250-30) + 150(300-50)]$$

$$S = \frac{1}{2}[-11000 - 20000 + 44000 + 37500]$$

$$S = \frac{1}{2}(50500)$$

$S = 25\ 250m^2$

-2 حساب إحداثيات النقطة E:

$$\Delta X_{CE} = L_{CE} \cdot \sin(G_{CE}) \Rightarrow X_E = X_C + L_{CE} \cdot \sin G_{CE}$$

$$\Delta Y_{CE} = L_{CE} \cdot \cos(G_{CE}) \Rightarrow Y_E = Y_C + L_{CE} \cdot \cos G_{CE}$$

النقطة E من القطعة المستقيمة [CD] إذن : GCE =GCD

- السمت GCD:

.ΔXCD = 150 – 200 = -50m<0

الربع الثالث $\Rightarrow G_{CD} = 200 + g$

. ΔYCD = 30 – 300 = -270m<0

$$tg(g) = \left|\frac{\Delta X_{CD}}{\Delta Y_{CD}}\right| = \left|\frac{-50}{-270}\right| = 0.185 \Rightarrow g = 11.657gr \Rightarrow \boxed{G_{CD} = 211.657gr}$$

$$X_E = X_C + L_{CE} \cdot \sin G_{CE} = 200 + 150 \times \sin 211.657 = 172.69m$$

$$Y_E = Y_C + L_{CE} \cdot \cos G_{CE} = 300 + 150 \times \cos 211.657 = 152.51m$$

حل التمرين الرابع :

-3 حساب السمت GAB :

.ΔXAB = 220 – 150 = 70m>0

الربع الثاني $\Rightarrow G_{AC} = 200 - g$

. ΔYAC = 580 – 600 = -20m<0

$$tg(g) = \left|\frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}}\right| = \left|\frac{70}{-20}\right| = 3.5 \Rightarrow g = 82.28gr \Rightarrow G_{AB} = 117.72gr$$

- الطول LAB:

$$L_{AB} = \sqrt{(\Delta X_{AB})^2 + (\Delta X_{AB})^2} = \sqrt{(70)^2 + (-20)^2} = 72.80m$$

-4 تعيين إحداثيات النقطة :

$$G_{AC} = G_{AB} + \alpha = 117.72 + 63.728 = 181.448gr$$

$$X_C = X_A + L_{AC} \cdot \sin G_{AC} = 150 + 104.403 \times \sin 181.448 = 180m$$

$$Y_C = Y_A + L_{AC} \cdot \cos G_{AC} = 600 + 104.403 \times \cos 181.448 = 500m$$

D (180 ; 500)

-3حساب مساحة القطعة SABC:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}(L_{AB} \cdot L_{AC} \cdot \sin\alpha) = \frac{1}{2}(72.80 * 104.403 \cdot \sin(63.728) = 3200m^2$$

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S1 = 3200 + 5250 = 8450m^2$$

4-التحقق من مساحة SABCD بالإحداثيات القائمة:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} X_n (Y_{n-1} - Y_{n+1})$$

$$S = \frac{1}{2}[X_A(Y_D - Y_B) + X_B(Y_A - Y_C) + X_C(Y_B - Y_D) + X_D(Y_C - Y_A)]$$

$$S = \frac{1}{2}[150(550 - 580) + 220(600 - 500) + 180(580 - 550) + 60(500 - 600)]$$

$$S = \frac{1}{2}[-4500 + 22000 + 5400 - 6000]$$

$$S = \frac{1}{2}(16900)$$

$S=8450m^2$